

Z rysunku od razu można zauważyć, że $\triangle OGB$ jest podobny do $\triangle DCB$ gdyż mają takie same kąty. Ze względu na to, że wysokość y_1 jest dużo mniejsza od promienia R można z bardzo dobrym

przybliżeniem stwierdzić, że $DB = \frac{1}{2}y$ (wielokąt $OGDC$ jest deltoidem czyli $GD = CD$, a dla małego α odcinki DC i DB będą w dobrym przybliżeniu jednakowe). Dzięki temu można ułożyć proporcję:

$$\frac{\frac{y_1}{2}}{\frac{1}{2}y} = \frac{y}{R} \quad \text{i analogicznie dla } \triangle AGO: \quad \frac{\frac{x_1}{2}}{\frac{1}{2}x} = \frac{x}{R}$$

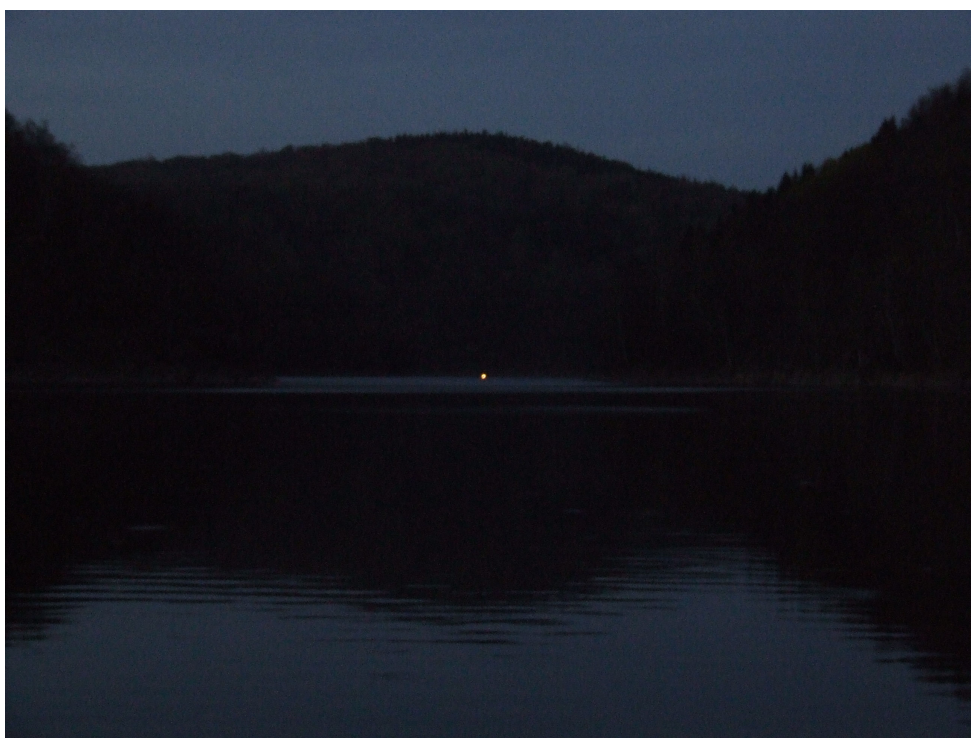
Z tych proporcji wyznaczamy $y = \sqrt{2Ry_1}$ oraz $x = \sqrt{2Rx_1}$ i wiedząc, że $AB = x + y$ mamy równanie: $AB = \sqrt{R}(\sqrt{2y_1} + \sqrt{2x_1})$.

Podnosimy do kwadratu i wyznaczamy R :

$$R = \frac{AB^2}{(\sqrt{2y_1} + \sqrt{2x_1})^2}$$

Tyle teoria. Czy w praktyce da się to zrobić ? Okazuje się, że tak. Dla odległości AB równej 1,5 km wysokości x_1 i y_1 wynoszą kilka centymetrów. Wystarczy więc znaleźć odpowiednio dużą spokojną taflę wody i szukać z jakiej wysokości nad taflą punkt na drugim brzegu przestaje być widoczny. Zmierzyć wysokość miejsca obserwacji i punktu obserwowanego, z mapy obliczyć odległość AB i wyznaczyć promień Ziemi z powyższego wzoru.

Moim uczniom się to udało. Punktem obserwowanym była latarka umieszczona nisko nad wodą doskonale widoczna wieczorem (fot. 1).



fot. 1

Do obserwacji posłużyła lunetka umieszczona na statywie o regulowanej wysokości (fot. 2). Zbawiennym okazało się, że oś okularu lunetki była po kątem 45° do osi obiektywu.



fot. 2

Promień Ziemi zmierzony taką metodą jest obarczony dosyć dużą niepewnością pomiarową. Latarka nie jest punktem, średnica jej zwierciadła była porównywalna z wysokością na jakiej się znajdowała, podobnie nie miała średnica obiektywu w lunecie stwarzała kłopoty z określeniem wysokości na jakiej znajdował się punkt obserwacji.

Precyzję pomiaru można zwiększyć. Zamiast tradycyjnej latarki jaką dysponowaliśmy można użyć latarki z diodami świecącymi ułożonymi wzdłuż jednej linii. Dla takiego źródła umieszczonego poziomo korzystny jest stosunek rozmiarów do wysokości nad powierzchnią wody. Do obserwacji warto zbudować przyrząd mający stosunkowo małą średnicę obiektywu, co pozwoli na precyzyjne określenie wysokości punktu obserwacji. Najprostszy przedstawiony jest na poniższym rysunku.



Jest to zwykła rurka z przymocowanym lusterkiem umożliwiającym patrzenie „od góry”. Rurkę za pomocą uchwytów łapiemy do statywu i już mamy możliwość regulacji zarówno wysokości jak i kąta ustawienia. Ze względu na to, że wieczorem (niekoniecznie w nocy) latarka jest doskonale widoczna z dużej odległości nie ma potrzeby stosowania zaawansowanej optyki. No i oczywiście odległość brzegów jeziora powinna być jak największa (ale bez przesady).

Pomiar promienia Ziemi tą metodą ma ogromne walory dydaktyczne. Po pierwsze przeprowadza się go w jednym miejscu i w jednym czasie co bardzo ułatwia samą organizację przedsięwzięcia. W

tym prostym doświadczeniu uczniowie mogą naocznie przekonać się, że powierzchnia jeziora jest zakrzywiona, co dla wielu nie jest takie oczywiste. Rzetelne przygotowanie się do pomiarów uaktywni wychowanków w wielu dziedzinach: najpierw geometria (trójkąty podobne, zależności między nimi), samodzielne lub wspólne wyprowadzenie żądanej zależności. Dalej praca z mapą, odczytywanie skali mapy i obliczenia rzeczywistych odległości w terenie. I na koniec kształcenie umiejętności manualnych przy konstrukcji proponowanej lunetki (rurki) z lusterkiem. Samym pomiarom towarzyszą ogromne emocje i na długo pozostaną w pamięci uczniów.